

Idősorok és többdimenziós statisztika minta-vizsga, 2019.12.10.

Az alábbi kérdéseket külön lapon dolgozza ki!

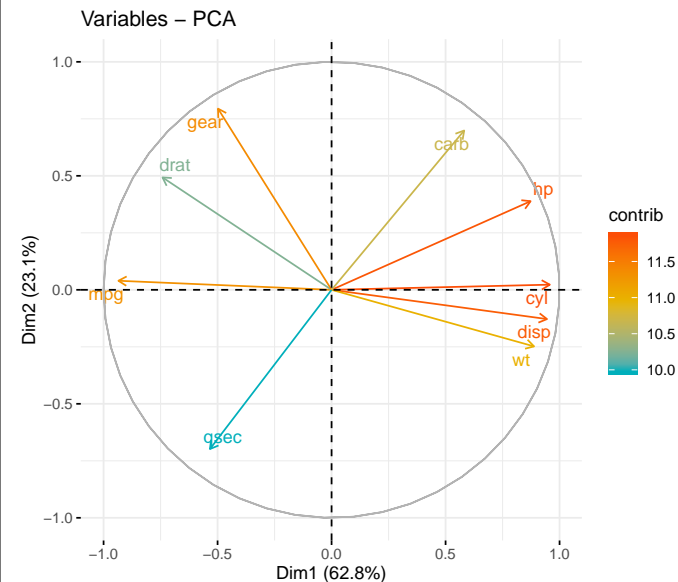
- (1) Adja meg az ARCH(1) folyamat definícióját és írja le legfontosabb tulajdonságait! (5 p.)
- (2) Vajon van-e stacionárius megoldása az $X_n = \varepsilon_n + \varepsilon_{n-1}$ rekurciónak? Válaszát indokolja! (4 p.)
- (3) Definiálja a felújítási paradoxont és adjon rá gyakorlati példát! (4 p.)
- (4) Definiálja Markov láncok ergodikusságát! Adjon példát ergodikus és nem ergodikus láncra is! (5 p.)
- (5) Hogyan érdemes az autokovariancia függvényt becsülni stacionárius idősorokra és miért? (4 p.)
- (6) Adjon meg a többdimenziós normális eloszlás várható értékére vonatkozó (egymintás) próbát, ismeretlen kovariancia-mátrix esetére! (5 p.)
- (7) Van-e az alábbi mátrixszal adott Markov láncnak elnyelő állapota? Mik az osztályok? (Válaszát indokolja!)

$$\begin{matrix} 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.3 & 0.2 & 0.5 \end{matrix}$$
 (5 p.)
- (8) Legyen $f(x, y) = \frac{1}{y} \exp\{-y - x/y\}$ ha $x > 0, y > 0$ az (X, Y) együttes sűrűségfüggvénye. Adjuk meg Y peremeloszlását és az $E(X|Y)$ feltételes várható értéket! (9 p.)
- (9) Írja le az SVM lényegét. Mi a C szerepe az átfedő adatok esetén? (5 p.)
- (10) Legyen adva a következő homogén Markov-lánc, mely egy egyszerű időjárás-modell. 4 lehetséges állapot van: nagyon hideg(NH), hideg (H), meleg(M) és nagyon meleg(NM). Holnap 1/2 valószínűséggel lesz ugyanolyan idő, mint ma, ezen kívül NH -ből 1/2 valószínűséggel H, NM-ből pedig 1/2 valószínűséggel M lehet másnapra. H-ből és M-ből 1/4-1/4 valószínűséggel NH (NM) ill. M (H) lesz másnapra (azaz az idő mindig legfeljebb egy fokozatot változik egy nap alatt). (8 p.)
 - (a) Adjuk meg a $p_{HH}^{(2)}$ kétlépéses átmenet-valószínűséget.
 - (b) Mennyi a "H" állapot periódusa?
- (11) Vezesse le elágazó folyamatokra a generátorfüggvény rekurzióját! (6 p.)
- (12) Vezesse le a Fisher-Bartlett tételt a kétdimenziós esetre! (8 p.)
- (13) Vezesse le, hogy a differenciaképzéssel eltüntethető a lineáris trend! (6 p.)
- (14) Adja meg és vezesse is le az ismert paraméterű esetre a klasszifikációs feladat megoldását! (7 p.)
- (15) Értelmezze a következő R-es programrészleteket és a kapott eredményeket! (9 p.)

```
mtcars.pca <- prcomp(mtcars[,c(1:7,10,11)], scale. = TRUE)
summary(mtcars.pca)
Importance of components:
PC1    PC2    PC3
Standard deviation    2.3782 1.4429 0.71008
Proportion of Variance 0.6284 0.2313 0.05602
Cumulative Proportion 0.6284 0.8598 0.91581
```

```
library(factoextra)
fviz_pca_var(mtcars.pca,
```

```
col.var = "contrib", # Color by contributions to the PC
gradient.cols = c("#00AFBB", "#E7B800", "#FC4E07"),
repel = TRUE # Avoid text overlapping)
```



Név:

10a	10b