Idősorok és többdimenziós statisztika vizsga, 2020.01.22., megoldás-vázlatokkal

3. Bár az előadáson látott tétel feltételei nem teljesülnek, azért még van stacionárius eloszlás: ez 1 valószínűséggel a 2-t veszi fel.

4. Az állítás azért igaz, mert a többdimenziós normális eloszlást a várható érték és a kovariancia-mátrix meghatározza. Ez ugyanaz a gyenge stacionaritás miatt, tehát az együttes eloszlás is eltolásinvariáns.

9. Mivel a Poisson folyamatnál a várakozási idő exponenciális és ez örökifjú, ezért a reziduális élettartam is ugyanolyan eloszlású, mint a teljes. Ugyanezt visszafelé nézve is exponenciális eloszlást kapnánk, de ott korlátozza az élettartamot az eddig eltelt idő.

10. $R_k = cov(X_1, X_k) = cov(Y+Z, Z+W)$, **ahol** Z **a közös rész, ez 100-k érmeobásból a fejek száma,** Y **és** W **egymástól és** Z**-től is független. Emiatt** $R_k = D^2(Z) = (99-k)/4$.

13. $\min(Y_1,Y_2)$ **1/2 valószínűséggel** Y_1, **ekkor** $E(Y_1|\min(Y_1,Y_2)) = Y_1$. **Ha pedig** $\min(Y_1,Y_2) = Y_2$, **akkor** $Y_1|Y_2$ **egyenletes eloszlású az** $(Y_2,1)$ **intervallumon. Ekkor** $E(Y_1|\min(Y_1,Y_2)) = (Y_2+1)/2$. **Összeadva:**
$E(Y_1|\min(Y_1,Y_2)) = 1/2(\min(Y_1,Y_2) + (\min(Y_1,Y_2)+1)/2) = 3\min(Y_1,Y_2)/4 + 1/4$.

14. Ha ε_t **0, ill. 1/2 (1/2-1/2 valószínűséggel, akkor a rekurzióból adódóan** X_n **stacionárius eloszlása a** $(0;1)$ **intervallumon egyenletes eloszlás.**

17. Az autós adatbázis 1-3 oszlopa alapján közelítjük a hp (lóerő) oszlopot, az 1-31 megfigyelésekre. A módszer a ridge regresszió (glmnet függvény, alpha=0 paraméterrel). A különböző lambda értékekre, a 32. autóra kapott becsléseket irattuk ki és utána magát az értéket is - ez alapján a 4. vagy az 5. lambda a legjobb ($10^{1,5}$ **vagy 10).**

Az alábbi kérdéseket külön lapon dolgozza ki!

(1) Definiálja a Markov tulajdonságot. (*3 p.*)

(2) Definiálja Markov láncok reverzibilitását! Hol volt rá szükség? (*5 p.*)

(3) Van-e az alábbi mátrixszal adott Markov láncnak stacionárius eloszlása? Ha igen, adja meg! (Válaszát indokolja!)
0.5 0.5 0
0 1 0
0.3 0.2 0.5 (*5 p.*)

(4) Definiálja a gyenge és erős stacionaritást idősorokra! Igazolja, hogy a gyengén stacionárius Gauss folyamatok erősen is stacionáriusak! (*7 p.*)

(5) Definiálja az elágazó folyamatokat! (*3 p.*)

(6) Definiálja a faktoranalízis modelljét! (*3 p.*)

(7) Hogyan érdemes az autokovariancia függvényt becsülni stacionárius idősorokra és miért? (*4 p.*)

(8) Ismertesse a Brown mozgásra vonatkozó tükrözési elvet! (*3 p.*)

(9) Vezesse le a Poisson folyamatnál az egymás utáni események közötti idő, a reziduális és az aktuális élettartam eloszlását! Mit mutatnak ezek az eredmények? (*12 p.*)

(10) Szabályos érmét dobálunk. Számolja ki az alábbi folyamat autokovariancia függvényét: legyen X_n az n és $n+99$ közötti 100 kockadobásból a fejek száma. (*7 p.*)

(11) Definiálja a puha határ-modellt a támaszvektor-gépes modellnél! (*3 p.*)

(12) Definiálja az autokorreláció függvényt és mutassa meg, hogy pozitív szemidefinit! (*6 p.*)

(13) Legyen Y_1, Y_2 független, a [0,1] intervallumon egyenletes eloszlású. Adja meg az $E(Y_1|\min(Y_1,Y_2))$ feltételes várható értéket. (*5 p.*)

(14) Definiálja az AR(1) folyamatokat! Adjon olyan példát, amikor diszkrét zaj-folyamatra abszolút folytonos lesz az AR(1) folyamat eloszlása. (*5 p.*)

(15) Vezesse le, hogy n-dimenziós normális eloszlás lineáris transzormáltja is normális eloszlású lesz! (*5 p.*)

(16) Mire tudjuk használni adősoroknál a differenciálás műveletét? Definiálja az ARIMA folyamatokat! (*5 p.*)

(17) Értelmezze a következő R-es programrészleteket és értékelje a kapott eredményeket! (*9 p.*)

```
y <- mtcars$hp[1:31]
x <- as.matrix(mtcars [1:31,1:3])
lambdas <- 10^seq(3, -2, by = -0.5)
fit <- glmnet(x, y, alpha = 0, lambda = lambdas)
round(predict(fit, as.matrix(mtcars[32,1:3]), s = fit$lambda,
type="response"),1)
```

Ennek az eredménye: Volvo 142E 140.1 129.4 115.1 103.6 96.1 91.2 88.6 87.5 87.1 87 87

```
mtcars$hp[32]
```

Az eredmény: 109

Név: