Idősorok és többdimenziós statisztika vizsga, 2019.12.18., megoldás-vázlatokkal

2. A lényege az, hogy adott diszkrét eloszlásból lehet a segítségével véletlen számot generálni

3. A születési-halálozási folyamat (exponenciális várakozási idővel) folytonos idejű Markov-lánc

4. Itt az általános eset kellett volna (5 paramétere van)

7. Igen, a 2. (innen nem lehet kijutni). Minden állapot önmagában egy osztály, mert 1-ből nem lehet a 3-ba eljutni

9-nél kellett a próbastatisztika H0 melletti eloszlása (chi-négyzet, d szabadságfokkal) is, és ebb?l a kritikus tartomány

10. A Mcleod-Li teszt a normális eloszlású esetre a fehér zaj tulajdonságot a négyzetekre alkalmazott Ljung-Box teszttel ellen?rzi, így alkalmas az ARCH tulajdonság felderítésére

11. E(X|Y=y)=y/2, mert rögzített y-ra X|Y=y egyenletes eloszlás a (0;y) intervallumon

13. Itt az kellett, hogy az átlag konzisztens, ha R(t) 0-hoz tart, és a szórásnégyzete 1/n nagyságrenben tart 0-hoz, ha R(t) konvergens

16. Lényeges, hogy az x2 csak a nagy abszolút értékű pontokból áll, míg az x1-ben tetszőleges pontok vannak. Az ábrán az x-ek jelölik a support vektorokat, és a halványabb (eredetileg piros) x-ek a rosszul osztályozottakat.

Az alábbi kérdéseket külön lapon dolgozza ki!

(1) Definiálja Markov láncokra a nulla rekurrens állapotokat! *(4 p.)*

(2) Definiálja a Metropolis-Hastings algoritmust! Mire és hogyan tudjuk használni? *(6 p.)*

(3) Definiálja a születési-halálozási folyamatokat. Mi a közük a Markov láncokhoz? *(5 p.)*

(4) Írja fel a kétdimenziós normális eloszlás sűrűségfüggvényét! Mik a paraméterei? *(4 p.)*

(5) Definiálja a spektrálsűrűségfüggvényt! *(3 p.)*

(6) Definiálja az AR(2) folyamatot! Adjon meg elégséges feltételeket a stacionaritására! *(5 p.)*

(7) Van-e az alábbi mátrixszal adott Markov láncnak elnyelő állapota? Mik az osztályok? (Válaszát indokolja!)
0.5 0.5 0
0 1 0
0.3 0.2 0.5 *(5 p.)*

(8) Magyarázza meg a túlillesztés fogalmát. Hogyan lehet elkerülni? *(5 p.)*

(9) Adjon meg a többdimenziós normális eloszlás várható értékére vonatkozó (egymintás) próbát, ismert kovariancia-mátrix esetére! *(5 p.)*

(10) Mi a kapcsolat a McLeod-Li és a Ljung-Box teszt között? Melyiket mikor használná? *(5 p.)*

(11) Legyen (X, Y) együttes sűrűségfüggvénye $h(x, y) = exp(-y)$, ha $0 < x < y$, és 0 máshol. $E(X|Y) =?$ *(7 p.)*

(12) Vezesse le az elágazó folyamatoknál a kihalás valószínűségét a generátorfüggvény segítségével megadó képletet! *(7 p.)*

(13) Vezesse le a mintaátlag tulajdonságait, mikor a stacionárius idősorok várható értékét becsüljük vele! *(6 p.)*

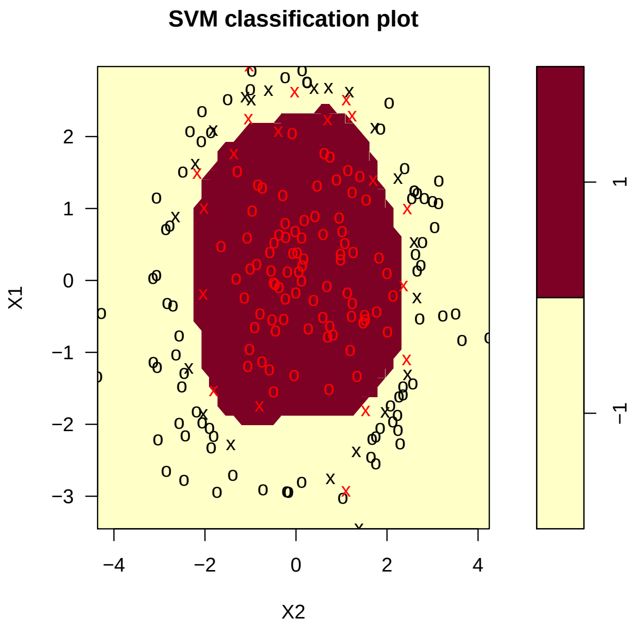
(14) Vezesse le a Yule-Walker egyeneteket! Mire tudjuk használni? *(7 p.)*

(15) Vezesse le, hogy az első főkomponens a kovariancia-mátrix legnagyobb sajátértékéhez tartozó sajátvektor! *(7 p.)*

(16) Értelmezze a következő R-es programrészleteket és a kapott eredményeket! *(9 p.)*

```
set.seed(1111); nn=100
x1 = matrix(rnorm(2*nn), nn, 2)
x2=  matrix(rnorm(200*nn), 100*nn, 2)
x2=x2[x2[,1]^2+x2[,2]^2>7,]; x2=x2[1:nn,]
y = rep(1, times=2*nn); y[(nn+1):(2*nn)]=-1
x=rbind(x1,x2)
library(e1071)
dat = data.frame(x, y = as.factor(y))
svmfit = svm(y ~ ., data = dat, kernel = "radial", cost = 10, scale = FALSE)
plot(svmfit,dat)
sum(as.character(svmfit$fitted)==as.character(y))/(2*nn)
```

Az eredmény: 0.955 és a következő ábra:



Név: