Valószínűségszámítás és statisztika vizsga, 2017.01.03.

Tesztkérdések. Rossz válasz: -1 pont, jó válasz ott, ahol pontosan 1 helyes válasz van: 3 pont, ahol több válasz is helyes: jó válaszonként 2 pont.

(1) Az X valószínűségi változó a $[0,2]$ intervallumból veszi fel az értékeit. Sűrűségfüggvénye ott $ct(1-t)$ alakú. Mennyi c?

A: Más **B**: 4 **C**: 6 **D**: -3/2 **E**: Ez nem lehet sűrűségfüggvény **F**: 1/5

(2) Legyenek X és Y független, nulla várható értékű valószínűségi változók. $E(X^2) = 3$ és $E(Y^2) = 1$. Mennyi $D(X - Y)$?

A: -2 **B**: 4 **C**: $1 + \sqrt{3}$ **D**: $\sqrt{2}$ **E**: 2 **F**: Nincs elég adat **G**: Más

(3) Legyen X harmadrendű 1/2 paraméterű binomiális eloszlású valószínűségi változó. Adjuk meg X eloszlásfüggvényének az értékét az 1.5 helyen.

A: 1/2 **B**: 7/8 **C**: 0 **D**: 1/8 **E**: Más

(4) Mennyi a szabadságfoka a chi-négyzet próbás normalitásvizsgálat próbastatisztikájának, ha 50 elemű minta alapján számolunk 4 intervallumra, az eloszlás paramétereit pedig becsüljük?

A: Más **B**: 2 **C**: 48 **D**: 46 **E**: 47 **F**: 1 **G**: 3

(5) Legyen X 1-paraméterű exponenciális valószínűségi változó. Mennyi az $Y = e^{-X}$ valószínűségi változó eloszlásfüggvényének az értéke a $0 < t < 1$ helyen?

A: $e^{-e^{-t}}$ **B**: t **C**: e^{-t} **D**: Más

(6) Legyen X olyan valószínűségi változó melynek várható értéke 0, szórásnégyzete 4. A Csebisev egyenlőtlenség alapján hogyan becsülhetjük a $P(|X| > 6)$ valószínűséget?

A: $\geq 1/18$ **B**: $\geq 3/5$ **C**: $\leq 1/18$ **D**: $\leq 2/3$ **E**: $\geq 1/2$ **F**: $\leq 1/9$
G: sehogy **H**: Más **I**: $\geq 1/9$ **J**: $\leq 1/3$ **K**: $\geq 2/3$

(7) Tegyük fel, hogy a mintánk megfigyelt értékei: 0, 0, 1, 3

(a) Mennyi a tapasztalati eloszlás várható értéke?
(b) Mennyi a q=0.8-hoz tartozó tapasztalati kvantilis?

A: 3 **B**: nem egyértelmű **C**: 2 **D**: 0 **E**: 1 **F**: Más **G**: 5

(8) Legyen X egyenletes eloszlású a $[0, a]$ intervallumon. Mi lesz az a paraméter maximum likelihood becslése az alábbi minta alapján: 1,2,9?

A: 12 **B**: 4 **C**: 8 **D**: 9 **E**: 1 **F**: Más

Az alábbi kérdéseket külön lapon dolgozza ki!

(9) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy egy háromgyerekes családban azonos neműek a gyerekek! (Tegyük fel, hogy a fiúk és lányok szóletési valószínűsége is 0.5 és hogy az egyes születések függetlenek.) *(4 p.)*

(10) Definiálja a várható érték fogalmát diszkrét valószínűségi változókra! *(2 p.)*

(11) Legyen X egyenletes eloszlású a [-2,2] intervallumon. Adja meg $(X - 2)(X + 2)$ sűrűségfüggvényét. *(6 p.)*

(12) Mondja ki abszolút folytonos valószínűségi változók függetlenségének ekvivalens jellemzőit. *(4 p.)*

(13) Mondjon példát az egyenletes, az exponenciális és a normális eloszlás alkalmazására! *(3 p.)*

(14) Definiálja a bootstrap módszert. *(4 p.)*

(15) Mi a leíró statisztika feladata? *(4 p.)*

(16) Definiálja a kovarianciát! *(3 p.)*

(17) Mihez tart $P(X_1+X_2+\cdots+X_n > 9n/2)$, ha $X_1, X_2, \ldots$ független, a [4,6] intervallumon egyenletes eloszlású valószínűségi változók és n tart végtelenhez? *(3 p.)*

(18) Vezesse le az exponenciális eloszlás várható értékére vonatkozó képletet! *(3 p.)*

(19) Legyen az alábbi 3 megfigyelésünk az (X, Y) párra. (1;2) (1.3;2.5) (0.8;1.5). Nadarajah módszerét használva a a $k(x) = 1$, ha $-1/2 < x < 1/2$ (és 0 különben) magfüggvénnyel és a $h = 0.5$ ablakszélességgel, adjon becslést Y közelítésére, ha $X = 1$. *(6 p.)*

(20) Definiálja az egy-és kétmintás u-próbát. *(5 p.)*

(21) Az alábbi minta: 0,0,1,1,2 alapján becsüljük torzítatlanul az alábbi paramétereket: várható érték, szórásnégyzet, annak a valószínűsége, hogy $X > 0.2$. *(8 p.)*

(22) Adjon módszert arra, hogyan szimulálna véletlen számot a $\sin(x)$ $(0 < x < \pi/2)$ sűrűségfüggvényű eloszlásból! *(5 p.)*

(23) Értelmezze az alábbi számítógépes programot és a kapott eredményt. *(8 p.)*

(24) Magyarázza meg a mellékelt ábrát! *(6 p.)*

Név:

1	2	3	4	5	6	7a	7b	8