

Valószínűségszámítás, 5. feladatsor, 2022. október 15-21.

1. Tegyük fel, hogy a holnapi középhőmérséklet 6 várható értékű 2 szórású normális eloszlású valószínűségi változó. Mennyi a valószínűsége, hogy a holnapi középhőmérséklet legfeljebb 10 fok? Mennyi a valószínűsége, hogy a holnapi középhőmérséklet 8 és 10 fok közé esik? Mennyi a valószínűsége, hogy a holnapi középhőmérséklet 0 és 12 fok közé esik?
2. Egy szoftver frissítéséhez 68 fájlt kell telepíteni, amik egymástól függetlenül 10mp várható értékű és 2mp szórású, normális eloszlású ideig töltődnek.
  - a) Mennyi a valószínűsége, hogy a teljes frissítés lezajlik 12 percen belül?
  - b) A cég a következő frissítésnél azt ígéri, hogy az már 95% valószínűséggel 10 percen belül betöltődik. Hány fájlból állhat ez a frissítés?  
( $\Phi(2, 42) = 0,992$ ,  $\Phi(1, 645) = 0,95$ )
3. Egy elektromos vezetékgyártó cég 40 m-es vezetékeket gyárt 0,2 m szórással. Legfeljebb mennyi annak a valószínűsége, hogy a vezeték hossza legalább 1 m-rel eltér a várható 40 m-es értéktől? Mennyi a pontos érték, ha feltesszük még azt is, hogy a hossz normális eloszlású?
4. Legyen  $X$  eloszlása (a) normális eloszlás  $m$  és  $\sigma$  paraméterekkel; (b) Poisson-eloszlás  $\lambda > 0$  paraméterrel; (c) exponenciális eloszlás  $\lambda > 0$  paraméterrel. Határozzuk meg  $X$  szórását.
5. Húzzunk egy franciakártya-csomagból két lapot visszatevés nélkül. Jelölje  $X$  a kihúzott kárók,  $Y$  az ászok számát. (Ötvenkét lap van a csomagban, ebből 13 káró és 4 ász, káró ászból pedig egy van.)
  - (a) Adjuk meg  $X$  és  $Y$  együttes eloszlását.
  - (b) Igaz-e, hogy  $X$  és  $Y$  függetlenek?
  - (c) Mennyi  $X + Y$  várható értéke? Mennyi  $3X + 5Y$  várható értéke?
6. Egy osztályba 16 fiú és 20 lány jár. Tegyük fel, hogy minden tanítási napon egymástól függetlenül a fiúk 0,04, a lányok 0,05 valószínűséggel hiányoznak. Legyen  $X$  a jövő hétfőn hiányzó fiúk,  $Y$  pedig a jövő hétfőn hiányzó lányok száma.
  - (a) Számítsuk ki az összes jövő hétfői hiányzó, vagyis  $X + Y$  várható értékét.
  - (b) Számítsuk ki  $X$ ,  $Y$  és  $X + Y$  szórását.
  - (c) Mennyi  $X$  és  $Y$  kovarianciája?
  - (d) Mennyi  $X$  és  $X + Y$  kovarianciája?
  - (e) Mennyi  $X$  és  $X + Y$  korrelációs együtthatója?
7. Egy cukrászdában kétféle terméket árulnak. Tegyük fel, hogy a fagyaltot kérők száma (ez legyen  $X$ ), Poisson-eloszlású 50 paraméterrel, a süteményt kérők száma Poisson-eloszlású 150 paraméterrel (ez legyen  $Y$ ), és hogy  $X$  és  $Y$  függetlenek. A fagyalt ára 300 forint, a süteményé 500.
  - (a) Mennyi a napi bevétel várható értéke, illetve szórása?
  - (b) Számítsuk ki  $X$ -nek és napi bevételnek a korrelációs együtthatóját.
8. Egy szabályos dobókockát kétszer feldobunk. Legyen  $X$  a dobások összege,  $Y$  a különbségük. Számítsuk ki  $\text{cov}(X, Y)$ -t és  $R(X, Y)$ -t! Független-e  $X$  és  $Y$ ? Számítsuk ki  $R(X + Y, 2X - Y)$ -t is.
9. Tegyük fel, hogy egy ember (szisztolés) vérnyomása minden mérésnél 120 Hgmm várható értékű, 10 szórású valószínűségi változó. Legyen  $X$  és  $Y$  két vérnyomásmérés eredménye, és tegyük fel, hogy elég sok idő eltelt a két mérés között ahhoz, hogy feltehessük, hogy a mérési eredmények egymástól függetlenek.
  - (a) Mennyi a két mérés átlagának várható értéke és szórása?
  - (b) Mennyi lenne a mérések átlagának várható értéke és szórása  $n = 10$ , illetve  $n = 100$  mérés esetén?
  - (c) Ha  $n$  mérés van, mennyi az első  $k$  mérés átlagának és az összes mérés átlagának a korrelációs együtthatója?
10. Egy csoportban 25-en tanulnak. Tegyük fel, hogy a tanulók születésnapjai függetlenek és az év tizenkét hónapjában egyenletes eloszlásúak. Számítsuk ki azon hónapok számának a várható értékét és szórását, amelyekre egy születésnap sem esik.