**Valószínűségszámítás, 3. feladatsor, 2022. szeptember 26-30.**

1. Egy kisfiú Kinder-figurákat gyűjt. Tízféle Kinder-figura van, a tojásokban a többitől függetlenül mindegyik azonos valószínűséggel található. Mennyi a valószínűsége, hogy 20 Kinder-tojás felbontása után mind a tíz figurából lesz legalább egy példánya?

2. Egy tízemeletes ház földszintjén 15 ember száll be a liftbe. Mindenki a többiektől függetlenül 1/10 eséllyel száll ki az egyes emeleteken. Mennyi a valószínűsége, hogy minden emeleten megáll a lift (ha csak a kiszállások számítanak megállásnak)?

3. Szabályos dobókockával dobunk. Jelölje $X$ azt, hogy hányszor kell dobni ahhoz, hogy legyen 4 hatos dobás (tehát például a 3266125632653... dobássorozat esetén $X = 11$.) Adjuk meg $X$ eloszlását.

4. Jelölje $X$ az ötöslottón kihúzott lottószámok legkisebbikét (itt $1 - 90$-ig számozott golyók közül húznak ötöt). Adjuk meg $X$ eloszlását!

5. Tegyük fel, hogy az új internetelőfizetők mindegyike a többiektől függetlenül 20%-a speciális kedvezményt kap. Mennyi a valószínűsége, hogy 10 ismerősünk közül, akik most fizettek elő, legalább négyen részesülnek a kedvezményben?

6. Négy szabályos dobókockával dobunk sokszor egymás után addig, amíg elő nem fordul, hogy a négy dobásból legalább három hatos. Jelölje $Y$, hogy hányszor kell dobni ehhez. Adjuk meg $Y$ eloszlását.

7. Egy bükkösben a bükkmagoncok négyzetméterenkénti száma Poisson-eloszlású, $\lambda = 2,5$ db / $m^2$ paraméterrel. Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy 1 $m^2$-es mintában

   a) legfeljebb egy, ill.

   b) több, mint három magoncot találunk?

8. Egy forgalmas útszakaszon azt figyelik, hogy öt perc alatt hány autó lépi át a megengedett sebességhatárt. A tapasztalatok alapján feltételezzük, hogy annak valószínűsége, hogy van ilyen autó, ugyanannyi, mint annak, hogy nincs. A gyorshajtók számát Poisson-eloszlásúnak feltételezve mennyi a valószínűsége, hogy pontosan három autó lépi át a megengedett sebességhatárt öt perc alatt?

9. Tegyük fel, hogy az, hogy Péter hány emailt, illetve hány facebook-üzenetet kap egy napon, egymástól független valószínűségi változók. Az emailek száma $X$, ennek paramétere 5, a facebook-üzenetek száma $Y$, ennek paramétere 8, és mindkét valószínűségi változó Poisson-eloszlású.

   (a) Mennyi a valószínűsége, hogy Péter összesen 10 üzenetet kap egy nap alatt a két felületen összesen?

   (b) Milyen eloszlású az egy nap alatt érkező összes üzenet száma, azaz $X + Y$?

   (c) Feltéve, hogy Péter egy nap alatt összesen 10 üzenetet kapott, mennyi a valószínűsége, hogy ebből 5 érkezett emailen, és 5 facebookon?

10. Egy szövegben a sajtóhibák száma $\lambda$ paraméterű Poisson-eloszlású valószínűségi változó. A lektor a hibákat egymástól függetlenül $p$ valószínűséggel kijavítja, illetve $1 - p$ valószínűséggel nem veszi őket észre.

    (a) Határozzuk meg a megmaradó hibák számának eloszlását.

    (b) Mennyi a valószínűsége, hogy a megmaradó hibák száma páros?