

Valószínűségszámítás 1, 2. feladatsor, 2022. szeptember 19-23.

1. Kettétörünk egy 1 m hosszú botot. Jelölje X a nagyobb rész hosszát és Y a rövidebbét. Mennyi $\mathbb{P}(X < x)$ és $\mathbb{P}(Y < x)$?
2. Egy egységnyi hosszúságú szakaszt két találmra választott pontjával három részre osztunk. Mennyi a valószínűsége, hogy a keletkezett szakaszokból szerkeszthető háromszög?
3. Mennyi a valószínűsége, hogy két kockadobásnál mind a két dobás 6-os, feltéve, hogy tudjuk, hogy legalább az egyik dobás 6-os?
4. Mennyi annak a valószínűsége, hogy három kockadobásból van legalább egy hatos, feltéve, hogy különböző számokat dobtunk?
5. Ákos feldob egy érmét ötvenszer, Bálint ötvenegyszer. Mennyi a valószínűsége, hogy Bálint több fejet dob, mint Ákos?
6. Egy diák a vizsgán p valószínűséggel tudja a helyes választ. Amennyiben nem tudja, akkor tippel (az esélye, hogy eltalálja a helyes választ, ekkor $\frac{1}{3}$). Mennyi a valószínűsége, hogy helyesen válaszol? Ha helyesen válaszolt, mennyi a valószínűsége, hogy tudta a helyes választ?
7. Egy betegségben a lakosság 2%-a szenved. A betegség kimutatására szolgáló teszt beteg embereknél 95% valószínűséggel mutatja ki a betegséget, ugyanakkor az egészséges embereknél 1% valószínűséggel tévesen betegséget jelez.
 - (a) Egy véletlenszerűen választott embernél elvégezve a vizsgálatot, mennyi a valószínűsége, hogy a teszt betegséget jelez?
 - (b) Tamásnál elvégezték a tesztet, az eredmény szerint beteg. Mennyi a feltételes valószínűsége, hogy valóban beteg?
 - (c) Megismételték a vizsgálatot. Az újabb tesztnél ismét betegséget jelzett a teszt. A két eredmény alapján mennyi a feltételes valószínűsége, hogy Tamás beteg? Itt feltehetjük, hogy annak valószínűsége, hogy egy ember vizsgálata esetén mindkétszer betegséget jelez a teszt, annak négyzete, hogy egy alkalommal betegséget mutat ki a teszt.
8. Egy dobozban egy jó és egy rossz kábel van. A jó 95% valószínűséggel, a rossz 30% valószínűséggel működik minden kipróbálásnál függetlenül. Találmra kivesszük valamelyik kábelt (mindkettőt azonos valószínűséggel választva). Tízszor kipróbáltuk, ebből nyolcszor működött, kétszer nem. Mennyi a valószínűsége, hogy a jó kábelt vettük ki a dobozból?