

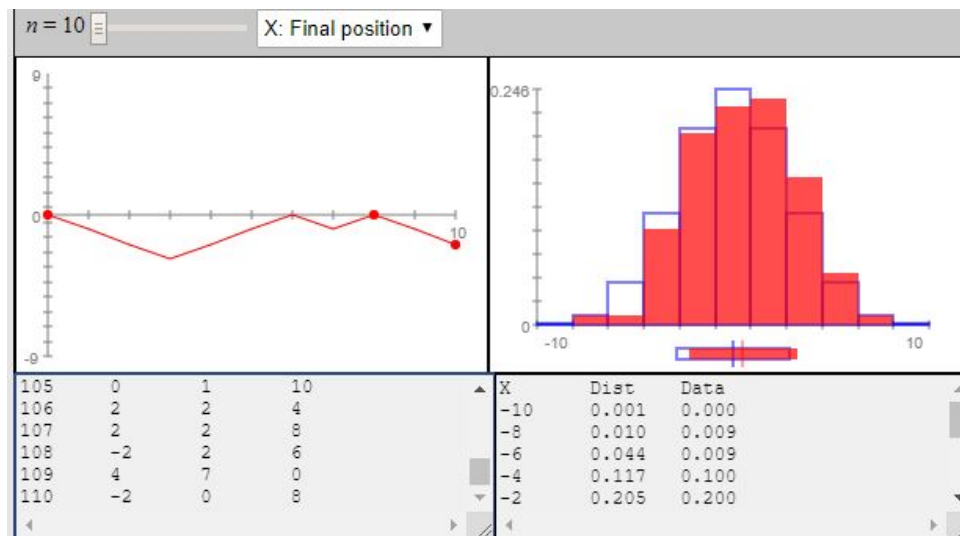
**Valószínűségszámítás minta-vizsga,  
Informatika "A", alk.mat. és matematikai elemző specializációk 2019.dec.12.**

Az alábbi kérdéseket külön lapon dolgozza ki!

- (1) Hogyan számíthatjuk ki az intervallumba esés valószínűségét az eloszlásfüggvényből? (3 p.)
- (2) Definiálja az  $[a, b]$  intervallumon egyenletes eloszlást (adja meg az eloszlás- és sűrűségfüggvényt)! (3 p.)
- (3) Adja meg valószínűségi változók függetlenségének karakterizációit! (3 p.)
- (4) Definiálja diszkrét valószínűségi változók várható értékét. (3 p.)
- (5) Definiálja a sztochasztikus konvergenciát! (3 p.)
- (6) Mondja ki a Borel Cantelli lemmát és megfordítását! (3 p.)
- (7) Definiálja a generátorfüggvényt! (3 p.)
- (8) Legyen az  $X$  valószínűségi változó sűrűségfv.-e  $f_X(x) = 2(1 - x)$ , ha  $0 < x < 1$  (és 0 különben).  $E(X) = ?$  (4 p.)
- (9) Legyen az  $X$  valószínűségi változó sűrűségfüggvénye  $f(x) = 3x^2$ , ha  $-1 < x < 0$ . Adjuk meg  $\sqrt{-X}$  sűrűségfüggvényének értékét a  $2/3$  helyen. (4 p.)
- (10) Száz kocka közül 99 szabályos, egy pedig szabálytalan, ennek mindegyik oldalán 6-os van. Találomra választunk egy kockát a százból, majd a kiválasztott kockával háromszor dobunk. Mindhárom dobás eredménye hatos. Mekkora az esélye, hogy a szabálytalan kockával dobtunk? (4 p.)
- (11) Az  $X$  valószínűségi változó a  $[0, 1]$  intervallumból veszi fel az értékeit. Sűrűségfüggvénye ott  $ct^2$ , ahol  $c$  valós paraméter. Mennyi  $c$ ? (4 p.)
- (12) Legyen  $X$  a  $[0, 1]$  intervallumon egyenletes eloszlású valószínűségi változó és  $\xi = -\log(X)$ . Mennyi a  $\xi$  eloszlásfüggvényének az értéke a  $0 < t$  helyen? (4 p.)
- (13) 3 kockával dobunk,  $Y$  jelöli a dobott számok közül a legnagyobbat.  $P(Y = 4) = ?$  (4 p.)
- (14) Legyen  $X$  olyan valószínűségi változó melynek várható értéke 2, szórásnégyzete 1. A Csebisev egyenlőtlenség alapján hogyan becsülhetjük a  $P(X > 4)$  valószínűséget? (4 p.)
- (15) Legyenek az  $X_1, X_2, \dots, X_n$  független, azonos eloszlású valószínűségi változó-sorozat tagjai  $k = 1$  paraméterű Pareto eloszlásúak (azaz eloszlásfüggvényük  $F(x) = 1 - 1/x$  ha  $x > 1$ ). Mihez tart  $(X_1 + \dots + X_n)/n$ ? (4 p.)
- (16) Legyen az  $(X, Y)$  változó-pár együttes sűrűségfüggvénye a következő:  $f_{X,Y}(x, y) = 2$ , ha  $|x| + |y| < 1/2$  (és 0 különben).  $cov(X, Y) = ?$  (7 p.)
- (17) Mi annak valószínűsége, hogy egy 32 lapos kártyacsomagból 4 lapot visszatevés nélkül húzva az első két lap között piros és ász is előfordul? (5 p.)
- (18) Legyen  $X$  egyenletes eloszlású a  $\{-1, 0, 1\}$  számokon. Számolja ki a karakterisztikus függvényét! (4 p.)
- (19)  $X_n$  jelöli egy szabályos érménél a fejek számát  $n$ -dobásból. Mivel egyenlő a  $P(X_n - (n/2) < c\sqrt{n})$  valószínűség limesze, ha  $n \rightarrow \infty$ ? (5 p.)
- (20) Igazolja, hogy a korrelációs együttható  $-1$  és  $1$  közé esik! Mikor áll fenn egyenlőség? (6 p.)
- (21) Miért jobb a pénzünk felét a párna alatt tartani és csak a másik felét kockáztatni egy nyereséges játéknál? (4 p.)
- (22) Vezesse le, hogy a Poisson folyamatnál az első esemény bekövetkezési ideje exponenciális eloszlású! (4 p.)

(23) Vezesse le, hogy a Box-Müller módszer valóban normális eloszlású véletlen számokat állít el?! (6 p.)

(24) Mi olvasható le az ábráról? (6 p.)



Név: