**Valószínűségszámítás 1 vizsga,**
**2019.dec.18, néhány megoldás-ötlettel, eredménnyel**

**9. E(X)=-2/3 (bele kell esnie a val.változó értékkészletének szélső értékei közé - ezért nem lehet jó a 2/3)**

**11. 1+4/3, mert az első dobás után már olyan, mint egy Pascal (3/4) eloszlás**

**12. 1/8, mert a szimmetria miatt fele a P(|X|>4)-re adódó becslésnek**

**14. Nem, mert |c|>0 esetén lesz pozitívés negatív értéke is a függvénynek**

**15. A valószínűség 7/16, a periódus pedig 1**

**16. 1, mert az együttható R(X,Y)/Var(X), ami az azonos szórás miatt éppen a korrelációs együttható - ez pedig legfeljebb 1 lehet**

**17. P(X>Y)=P(X-Y>0)=1/2, hiszen 0 várható érték? normális eloszlás**

**18. A sfv. 2 a háromszögön, E(XY) tehát a 2xy integrálja itt**

**21. Egydimenzióban a Cantor eloszlás ilyen (l. az angol wikipedián a Cantor distribution), de előadáson az a 2 dimenziós eloszlás szerepelt, ahol X absz.folyt., és az (X,X) párt nézzük. Ez egy egyenesre koncentrálódik, és ennek a valószínűségei nem kaphatók meg mint egy felület (a sfv.) alatti térfogat**

*Az alábbi kérdéseket külön lapon dolgozza ki!*

(1) Definiálja diszkrét valószínűségi változók függetlenségét! (*3 p.*)

(2) Definiálja a Poisson eloszlást! (*3 p.*)

(3) Mondja ki a Markov egyenlőtlenséget! (*3 p.*)

(4) Definiálja a korrelációt! (*3 p.*)

(5) Mondja ki a teljes várható érték tételét. (*3 p.*)

(6) Definiálja a generátorfüggvényt! (*3 p.*)

(7) Definiálja a gyenge konvergenciát! (*3 p.*)

(8) Mi a határértéke annak a valószínűségnek, hogy $n$ lottóhúzás mindegyikénél 1 szelvénnyel játszva egy alkalommal sem lesz ötösünk, ha $n \to \infty$? (*3 p.*)

(9) Legyen az $X$ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye $f(x) = -2x$ ha $-1 < x < 0$. $E(X)$=? (*4 p.*)

(10) Mi a valószínűsége annak, hogy két szabályos kockával dobva az első dobás ötös, feltéve, hogy van ötös a dobások között? (*4 p.*)

(11) Határozzuk meg annak a valószínűségi változónak a várható értékét, ami azt adja meg, hogy hányadikra dobjuk a második különböző számot egy szabályos négyoldalú "kockával" (az oldalakon az 1,2,3,4 számok vannak. Ha például a sorozatunk 112, akkor $X = 3$). (*4 p.*)

(12) Legyen $X$ 2 szórású, a 0-ra szimmetrikus eloszlás. Adjon becslést a $P(X > 4)$ valószínűségre! (*4 p.*)

(13) Legyen az $X$ sűrűségfüggvénye $f(x) = \sin x$ ha $0 < x < \pi/2$ (és 0 különben) és $Y = X/\pi$. Mennyi lesz $Y^2$ sűrűségfüggvényének értéke az 1/9 helyen? (*5 p.*)

(14) Legyen $f(x) = c\sin(x)$ ha $0 < x < 3\pi/2$ és 0 különben. Megadható-e olyan $c$, amivel $f$ sűrűségfüggvény lesz? Ha igen, mi ez az érték? (*3 p.*)

(15) Legyen adva a következő homogén Markov-lánc, mely egy egyszerű időjárás-modell. 4 lehetséges állapot van: nagyon hideg(NH), hideg (H), meleg(M) és nagyon meleg(NM). Holnap 1/2 valószínűséggel lesz ugyanolyan idő, mint ma, ezen kívül NH -ból 1/2 valószínűséggel H, NM-ből pedig 1/2 valószínűséggel M lehet másnapra. H-ból és M-ből 1/4-1/4 valószínűséggel NH (NM) ill. M (H) lesz másnapra (azaz az idő mindig legfeljebb egy fokozatot változik egy nap alatt). Adjuk meg a $p_{HH}^{(2)}$ kétlépéses átmenet-valószínűséget. Mennyi a "H" állapot periódusa? (*6 p.*)

(16) Tegyük fel, hogy $X$ és $Y$ azonos eloszlású, véges szórással. Mennyi az $Y$ $X$-re vonatkozó lineáris regressziójánál a meredekség maximuma? (*4 p.*)

(17) Legyen $X$ 2 szórású, $Y$ pedig 1 szórású, 0 várható értékű normális eloszlású és tegyük fel, hogy függetlenek. Fejezze ki a $P(X > Y)$ valószínűséget a standard normális eloszlás eloszlásfüggvénye segítségével! (*6 p.*)

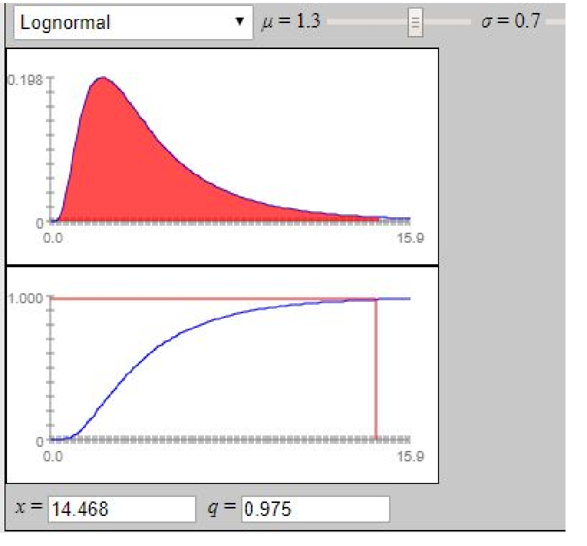
(18) Legyen $(X, Y)$ egyenletes eloszlású a $0 < x < y < 1$ háromszögön. Számolja ki $X$ és $Y$ kovarianciáját! (*9 p.*)

(19) Vezesse le a Poisson eloszlás szórásnégyzetére vonatkozó képletet! (*6 p.*)

(20) Vezesse le a standard normális eloszlás karakterisztikus függvényére vonatkozó differenciálegyenletet! (*7 p.*)

(21) Adjon példát folytonos, de nem abszolút folytonos eloszlásra! (*5 p.*)

(22) Mi olvasható le az ábráról? (*6 p.*)




Név: