Valószínűségszámítás mintafeladatok, 2. rész 2017.dec.

Tesztkérdések. Rossz válasz: -1 pont, jó válasz 3 pont. Megoldások: többnyire az "A"

(1) Legyen X harmadrendű 1/2 paraméterű binomiális eloszlású valószínűségi változó. Adjuk meg X eloszlásfüggvényének az értékét az 1.5 helyen.

A: 1/2 **B**: 7/8 **C**: 1/8 **D**: 0 **E**: Más

(2) Legyen X nem-negatív valószínűségi változó melynek várható értéke 5. A Markov egyenlőtlenség alapján hogyan becsülhetjük a $P(X \geq 15)$ valószínűséget?

A: $\leq 1/3$ **B**: $\leq 2/3$ **C**: $\leq 1/15$ **D**: $\leq 3/15$ **E**: sehogy **F**: Más

(3) Az alábbiak közül melyik eloszlásnak

(a) Legnagyobb a várható értéke?
(b) Legnagyobb a szórása?

A: exponenciális($\lambda = 0.04$) **B**: elfajult ($X = 10$) **C**: Poisson($\lambda = 10.1$)
D: normális($m = 10.2$,$\sigma = 4.9$) **E**: binomiális($n = 100, p = 0.2$)
F: hipergeometrikus ($n = 100$ (a húzások száma), $N = 1000$ (az összes elemszám, $M = 200$ (a „selejtesek" száma))
G: egyenletes a [-50,50] intervallumon

(4) Legyen X Cauchy eloszlású valószínűségi változó. Mennyi X eloszlásfüggvényének az értéke a 0 helyen?

A: 1/2 **B**: $1/\pi$ **C**: Kevés az adat **D**: Más

(5) Legyen az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye $f(x) = 3x^2/8$ ha $-2 < x < 0$.

(a) $E(X)$=?
(b) $f_{X^2}(1/4)$=?
(c) $F_{2X+1}(0)$=?

A: -3/2 **B**: -3/8 **C**: 0 **D**: 3/32 **E**: 9/1024
F: 15/16 **G**: 1 **H**: -7/8 **I**: 3/128 **J**: 63/64 **K**: Más

(6) Legyenek X és Y független, nulla várható értékű, normális eloszlású valószínűségi változók. $E(X^2) = 5$ és $E(Y^2) = 4$. Mennyi $D(X - Y)$?

A: 3 **B**: 9 **C**: $\sqrt{5} + 2$ **D**: Nincs elég adat **E**: 1 **F**: Más

(7) Legyen X 1-paraméterű exponenciális valószínűségi változó. Mennyi az $Y = e^{-X}$ valószínűségi változó eloszlásfüggvényének az értéke a $0 < t < 1$ helyen?

A: t **B**: e^{-t} **C**: $e^{-e^{-t}}$ **D**: Más

(8) Tegyük fel, hogy az év egy adott napján a csapadék valószínűsége 0.5. Ha van csapadék, akkor a milliméterben mért csapadékmennyiség eloszlása exponenciális, 2 várható értékkel. Legyen X egy véletlenszerűen kiválasztott napon megfigyelt csapadékmennyiség.

(a) Adjuk meg annak valószínűségét, hogy az adott napon 1 milliméternél több csapadék lesz.
(b) $E(X^2)$ =?
(c) $P(X = 0|X < 1)$ =?

A: $e^{-1/2}/2$ **B**: $2e^{-2}$ **C**: 8 **D**: $e^{-2}/2$ **E**: $e^{-1/2}$ **F**: e^{-2} **G**: 4 **H**: 2
I: 1/4 **J**: 1/2 **K**: $1/(2 - e^{-1/2})$ **L**: $1/(1 - e^{-1/2})$ **M**: Más

Az alábbi kérdéseket külön lapon dolgozza ki!

(9) Definiálja folytonos eloszlásokra a várható érték fogalmát. (*3 p.*)

(10) Definiálja a binomiális eloszlást és adja meg alkalmazási lehetőségeit. (*4 p.*)

(11) Definiálja az 1- és 2-dimenziós valószínűségi változók eloszlásfüggvényét és mondja ki tulajdonságaikat. (*5 p.*)

(12) Jelöljön X egy találomra választott számot a $[0, 1]$ intervallumból. Számítsa ki X^2 sűrűségfüggvényét és várható értékét. (*5 p.*)

(13) Számítsa ki két kockadobás maximumának a várható értékét. (*6 p.*)

(14) Adjon példát olyan valószínűségi változó-sorozatra, melyre $X_n \to X$ 1 valószínűséggel, de van olyan z valós szám, amelyre $F_{X_n}(z) \not\to F_X(z)$ (*4 p.*)

(15) Definiálja a korrelációs együtthatót és mondja ki legfontosabb tulajdonságait. (*4 p.*)

(16) Mondja ki a centrális határeloszlás tételét és lokális változatát is. (*7 p.*)

(17) Vezesse le az összeg szórásnégyzetére vonatkozó általános képletet. (*5 p.*)

(18) Mondja ki és bizonyítsa be az első Borel-Cantelli lemmát. (*5 p.*)

(19) Definiálja a Γ eloszlást és adja meg alkalmazási lehetőségeit. (*3 p.*)

(20) Legyenek az $X_1, X_2, ...X_n$ független, azonos, a (0,2) intervallumon egyenletes eloszlású valószínűségi változó-sorozat tagjai Mihez tart $(X_1 + ... + X_n)/n$? (*4 p.*)

Név:

1	2	3a	3b	4	5a	5b	5c	6	7	8a	8b	8c