Valószínűségszámítás 1 gyakorló példák, 2019.12.12.

Tesztkérdések.

(1) (a) Mely(ek) **nem** eloszlásfüggvény(ek)
(b) és melyik(ek) abszolút folytonos eloszlásfüggvény(ek) az alábbiak közül?
A: $1 - 0.5e^{(-t)}$ ha $(t > 0)$ és 0 különben
B: $1 - 0.5e^{(-t)}$ ha $(t > 0)$ és $\max(0, x + 0.5)$ különben **C**: $\Phi(x^3 - x)$
D: 0, ha $x < 0$, 1/2, ha $x = 0$ és 1, ha $x > 0$
E: 1-1/n, ha $n < x \le (n + 1)$ és 0 különben

(2) Legyen X olyan valószínűségi változó melynek várható értéke 0, szórásnégyzete 4. A Csebisev egyenlőtlenség alapján hogyan becsülhetjük a $P(|X| > 6)$ valószínűséget?
A: $\le 1/9$ **B**: $\le 1/18$ **C**: $\ge 1/18$ **D**: $\le 1/3$ **E**: $\le 2/3$ **F**: $\ge 1/2$
G: $\ge 1/9$ **H**: $\ge 2/3$ **I**: $\ge 3/5$ **J**: sehogy **K**: Más

(3) Legyen az (X, Y) változó-pár együttes sűrűségfüggvénye a következő: $f_{X,Y}(x, y) = 2$, ha $|x| + |y| < 1/2$ (és 0 különben).
(a) Melyik állítás igaz?
A: X és Y korrelálatlan de nem független **B**: X és Y független
C: X és Y korrelációja pozitív **D**: X és Y korrelációja negatív
(b) $f_X(1/4) =$
A: Más **B**: 1 **C**: 0 **D**: 1 **E**: 1/2 **F**: 1/4

(4) Legyen X egyenletes eloszlású a $[0; 1]$ intervallumon, Y pedig az $X = 0.3$ esemény indikátora. Mennyi lesz $E(Y)$?
A: 0 **B**: 0.5 **C**: 0.3 **D**: 0.7 **E**: 1 **F**: Más

(5) Legyen az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye $f(x) = 3x^2$ ha $-1 < x < 0$.
(a) $E(X)$=?
(b) $f_{X^2}(1/4)$=?
(c) $F_{2X+1}(0)$=?
A: -3/4 **B**: 3/4 **C**: 0 **D**: 9/256 **E**: 1 **F**: 3 **G**: 1/8 **H**: 7/8 **I**: -1/8 **J**: -7/8 **K**: Más

(6) Legyen X egyenletes eloszlású a $[0, 1]$ intervallumon, $Y = X^2$. Mely állítás(ok) helyes(ek)?
A: X és Y függetlenek **B**: X és Y korrelálatlanok **C**: $E^2(X) = E(Y)$
D: az (X, Y) pár abszolút folytonos **E**: $E(Y) = 1/3$ **F**: $F_{X,Y}(0.5, 0.5) = 0.5$

(7) Legyen az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye $f(x) = 3x^2/8$ ha $-2 < x < 0$.
(a) $E(X)$=?
(b) $f_{X^2}(1/4)$=?
(c) $F_{2X+1}(0)$=?
A: -3/2 **B**: -3/8 **C**: 0 **D**: 3/32 **E**: 9/1024 **F**: 15/16
G: 1 **H**: -7/8 **I**: 3/128 **J**: 63/64 **K**: Más

(8) Legyen az X sűrűségfüggvénye $f(x) = c/x^3$ ha $1 < x < 2$ (és 0 különben).
(a) $c =$?
(b) Mennyi lesz X eloszlásfüggvényének értéke a 3/2 helyen?
A: 8/3 **B**: 2 **C**: -8/3 **D**: -2 **E**: 16/3 **F**: 0 **G**: 1 **H**: 64/81 **I**: Más

(9) Legyen az X sűrűségfüggvénye $f(x) = \sin x$ ha $0 < x < \pi/2$ (és 0 különben) és $Y = X/\pi$.
(a) Mennyi lesz Y sűrűségfüggvényének értéke az 1/4 helyen?
(b) Mennyi lesz Y eloszlásfüggvényének értéke a $\pi/4$ helyen?
A: $\pi\sqrt{2}/2$ **B**: $\sqrt{2}/2$ **C**: $\sin(1/4)/\pi$ **D**: 0 **E**: 1 **F**: Más

(10) Kétszer dobunk egy dobókockával. X jelöli a páros eredmények, Y a hatos eredmények számát. Mennyi X és Y kovarianciája?
A: 1/6 **B**: 1/3 **C**: 1/12 **D**: -1/12 **E**: 0 **F**: Más

(11) X_n jelöli egy szabályos érménél a fejek számát n-dobásból. Mivel egyenlő a $P(X_n-(n/2) < \sqrt{n})$ valószínűség limesze, ha $n \to \infty$? (Φ a standard normális eloszlásfüggvényt jelöli.)
A: $\Phi(2)$ **B**: 0 **C**: 1 **D**: $\Phi(1)$ **E**: $\Phi(1/2)$ **F**: $\Phi(4)$ **G**: Más

(12) X és Y független standard normális eloszlású valószínűségi változók. Mely állítás(ok) hamis(ak) a következők közül?
A: $(1/\sqrt{2})(X - Y)$ standard normális eloszlású **B**: $D(X - Y) = 2$
C: $aX + bY + c$ várható értéke c **D**: X stabilis eloszlású
E: $2X$ szórása 2 **F**: $F_{X+Y}(0) > 0.55$

(13) Válassza ki az eloszlásokhoz a szórásnégyzetet!
(a) Poisson ($\lambda = 2$)
(b) Exponenciális ($\lambda = 2$)
A: 8 **B**: 1/4 **C**: 1/2 **D**: 1 **E**: 2 **F**: 4 **G**: 1/8 **H**: 12 **I**: Más

(14) (a) Mely függvény(ek) **nem** kétdimenziós sűrűségfüggvény(ek)
(b) és mely(ek) független komponensű vektorváltozók sűrűségfüggvényei?
A: $3x^2y$,ha $0 < x < 1, 0 < y < 1$ és 0 különben **B**: 1, ha $x^2 + y^2 < 1/\pi$ és 0 különben
C: $\frac{1}{\pi}\exp\{-(x^2 + y^2)/2\}$ **D**: mindegyik sűrűségfüggvény
E: egyik sem **F**: $\ln(xy)$ ha $x > 1, y > 1$

(15) Mely állítás(ok) **hamis(ak)**?
A: A gyenge konvergencia ekvivalens az eloszlásfüggvények pontonkénti konvergenciájával.
B: Az L_2-beli konvergenciából következik a sztochasztikus.
C: Van olyan független, azonos eloszlású val. vált.-sorozat, melynek összegét nem lehet úgy normálni, hogy normális határeloszlást kapjunk.
D: Ha egy adott véges sokaságból visszatevés nélüli mintát veszünk, akkor a selejtesek számának szórásnégyzete nem nagyobb, mintha visszatevéses mintát vettünk volna.

(16) Tekintsük a következő csapadékeloszlás-modellt. A napokat 3 csoportba soroljuk: a/ napos (valószínűség:$p = 1/2$), b/ felhős ($p = 1/3$), c/ borult ($p = 1/6$). A pozitív mennyiségű csapadék ($X > 0$) valószínűsége az egyes esetekben: 0.1, 0.3, ill. 0.6. Ha van csapadék, akkor a csapadékmennyiség eloszlása a nap jellegétől függetlenül exponenciális, 2.5 mm várható értékkel. Tegyük fel, hogy a vizsgált napok egymástól függetlenek.
(a) Mi a valószínűsége, hogy három kiválasztott nap közül legalább kétszer esik?
A: 1/16 **B**: 1/10 **C**: 9/64 **D**: 5/32 **E**: 1/4 **F**: 1/2 **G**: 5/8 **H**: 1 **I**: 2.5 **J**: Más
(b) Melyik(ek) folytonos eloszlású(ak) az alábbiak közül?
A: X **B**: $X|$borult a nap **C**: $X|X > 0$ **D**: $X|X < 1$ **E**: $X|X > 1$ **F**: $\min(X, 2)$
Milyen eloszlásúak az alábbi valószínűségi változók?
(c) 30 nap között található csapadékos ($X > 0$) napok száma.
(d) Az első csapadékos nap sorszáma.
A: elfajult **B**: binomiális **C**: hipergeometrikus **D**: Poisson
E: exponenciális **F**: geometriai/Pascal **G**: Más

(17) (a) Mely(ek) **nem** eloszlásfüggvény(ek)
(b) és melyik(ek) abszolút folytonos eloszlásfüggvény(ek) az alábbiak közül?

A: $1-e^{-t}$ ha $(t>0)$ és 0 különben **B**: $1-e^{-t}$ ha $(t>1)$ és $\max(0, x-0.5)$ különben
C: $1-0.5e^{-t}$ ha $(t>1)$ és $\max(0, x-0.5)$ különben
D: 0, ha $x<0$, x+1/2, ha $0<=x<=1/4$ és 1, ha $x>1/4$
E: $1-1/n$, ha $n<x\leq(n+1)$ és 0 különben

(18) Legyen az (X, Y) pár egyenletes eloszlású az $|x|+|y|<1$ tartományon.
   (a) $E(X)=?$
   (b) $R(X, Y)=?$
   (c) $E(Y^2)=?$

A: 0 **B**: 1 **C**: -1 **D**: 1/6 **E**: 1/12 **F**: 1/2 **G**: 1/4 **H**: 1/3

(19) Válassza ki az eloszláshoz a várható értéket.
   (a) indikátor $(p=1)$
   (b) Exponenciális $(\lambda=2)$

A: 0 **B**: 1/2 **C**: 2 **D**: 1 **E**: 4 **F**: 1/4 **G**: Más

(20) Legyen X $\lambda=1$ paraméterű exponenciális eloszlású.
   (a) Mennyi lesz $Y=2X-1$ eloszlásfüggvényének értéke a 3 helyen?
   (b) Mennyi lesz $Y=2X-1$ sűrűségfüggvényének értéke a -0.5 helyen?

A: $1-e^{-2}$ **B**: $e^{-1/4}/2$ **C**: 0 **D**: 1 **E**: $1-e^{-5}$ **F**: e^2 **G**: Más

(21) Válassza ki a megfelelő eloszlást.
   (a) A Poisson folyamatnál az első esemény bekövetkezési időpontja.
   (b) n egyforma nehéz, független tesztkérdésre válaszolunk, helyes válaszaink száma.
   (c) Független kísérletekből álló sorozatban az 1000. sikeres kísérlet sorszáma.

A: binomiális **B**: Pascal **C**: Poisson **D**: normális **E**: negatív binomiális
F: exponenciális **G**: Cauchy **H**: diszkrét egyenletes **I**: hipergeometriai **J**: Más

(22) X_n jelöli egy szabályos érménél a fejek számát n-dobásból. Mivel egyenlő a $P(X_n-(n/2)<cn/2)$ valószínűségek limesze, ha $n\to\infty$? (sign(), az előjel függvényt, Φ a standard normális eloszlásfüggvényt jelöli.)

A: 0 **B**: 1 **C**: $(\text{sign}(c)+1)/2$ **D**: $\Phi(c)$ **E**: Más

(23) Legyen az (X, Y) változó-pár sűrűségfv.-e $f_{X,Y}(x, y)=3(1-|x|)$, ha $0<y<|x|<1$.
   (a) $E(Y)=?$
   (b) $R(X, Y)=?$
   (c) Adjuk meg az X-nek az Y-ra vonatkozó regressziós egyenese meredekségét.

A: 1/4 **B**: $1/\sqrt{3}$ **C**: 1/2 **D**: 0 **E**: 2/3 **F**: $1/\sqrt{5}$ **G**: 1/5 **H**: 1 **I**: Más

(24) Legyen az (X, Y) változó-pár sűrűségfv.-e $f_{X,Y}(x, y)=3(1-x)$, ha $0<y<|x|<1$.
   (a) $E(Y)=?$
   (b) $R(X, Y)=?$
   (c) Adjuk meg az X-nek az Y-ra vonatkozó regressziós egyenese meredekségét.

A: 1/4 **B**: $1/\sqrt{3}$ **C**: 1/2 **D**: 0 **E**: 2/3 **F**: $1/\sqrt{5}$ **G**: 1/5 **H**: 1 **I**: Más

(25) Legyen az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye $f(x)=3x^2$, ha $-1<x<0$ és 0 különben.
   (a) Adjuk meg X eloszlásfüggvényének értékét a -1/2 helyen.
   (b) $E(1/X)$=?
   (c) Adjuk meg $\sqrt{-X}$ sűrűségfüggvényének értékét a 2/3 helyen.

A: 0 **B**: 1/8 **C**: 7/8 **D**: -1/8 **E**: -3/2 **F**: 3/2 **G**: 64/81 **H**: nincs értelmezve **I**: Más

(26) Legyenek az $X_1, X_2, \ldots X_n$ független, azonos eloszlású valószínűségi változó-sorozat tagjai $k=1$ paraméterű Pareto eloszlásúak (azaz eloszlásfüggvényük $F(x)=1-1/x$ ha $x>1$). Mihez tart $(X_1+\ldots+X_n)/n$?

A: sehova **B**: 0-hoz **C**: 1-hez **D**: standard normális eloszláshoz **E**: 2-höz **F**: Más

(27) Legyenek X és Y független, nulla várható értékű valószínűségi változók. $E(X^2)=3$ és $E(Y^2)=1$. Mennyi $D(X-Y)$?

A: 2 **B**: 4 **C**: Nincs elég adat **D**: $1+\sqrt{3}$ **E**: $\sqrt{2}$ **F**: -2 **G**: Más

(28) Legyen az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye $f(x)=2|x|$, ha $-1<x<0$ és 0 különben.
   (a) Adjuk meg X eloszlásfüggvényének értékét a -1/2 helyen.
   (b) $E(1/X)$=?
   (c) Adjuk meg $\sqrt{-X}$ sűrűségfüggvényének értékét az 1/2 helyen.

A: 0 **B**: 1/4 **C**: 3/4 **D**: -2 **E**: -3/2 **F**: 3/2 **G**: 2
H: 64/81 **I**: 1/2 **J**: 1 **K**: nincs értelmezve **L**: Más

(29) Legyenek az $X_1, X_2, \ldots X_n$ független, azonos, béta(1,1) eloszlású valószínűségi változó-sorozat tagjai (azaz sűrűségfüggvényük $f(x)=6x(1-x)$ ha $0<x<1$ és 0 különben). Mihez tart $(X_1+\ldots+X_n)/n$?

A: sehova **B**: 0-hoz **C**: 1/2- hez **D**: 1-hez
E: standard normális eloszláshoz **F**: 2-höz **G**: Más

(30) Legyen X_n (n^2, p) paraméterű binomiális eloszlású változó. Az X_n-n^2p változót az alábbi mennyiségek közül melyikkel osztva kapunk normális határeloszlást?

A: n **B**: $\sqrt{n}$ **C**: n^2 **D**: egyik esetben sem

(31) X és Y standard normális eloszlású valószínűségi változók. Mely állítás(ok) hamis(ak) a következők közül?

A: $(1/\sqrt{2})(X+Y)$ standard normális eloszlású **B**: $D(X-Y)\geq 2$
C: $aX+bY+c$ várható értéke c **D**: $D^2(aX+bY)=\sqrt{a^2+b^2}$ **E**: $2X$ szórása 2

(32) Az alábbiak közül melyik eloszlásnak
   (a) Legnagyobb a várható értéke?
   (b) Legnagyobb a szórásnégyzete?

A: exponenciális$(\lambda=0.4)$ **B**: elfajult $(X=3)$ **C**: Poisson$(\lambda=3.1)$
D: normális$(m=3.2, \sigma=2)$ **E**: binomiális$(n=10, p=0.31)$
F: hipergeometrikus ($n=10$ (a húzások száma), $N=100$ (az összes elemszám, $M=31$ (a „selejtesek” száma))
G: egyenletes a [-5,10] intervallumon

(33) (a) Mely(ek) **nem** eloszlásfüggvény(ek)
   (b) és melyik(ek) abszolút folytonos eloszlásfüggvény(ek) az alábbiak közül?

A: $F(x)=\Phi(x^3)$ (Φ a standard normális eloszlás eloszlásfüggvénye)
B: $F(x)=0$, ha $x<0$, és $1-0.5e^{-x}$, ha $x\geq 0$
C: $F(x)=1-0.5e^{-x}$ ha $(x>0)$ és $\max(0, x+0.5)$ különben
D: $F(x)=1-0.5e^{-x}$ ha $(x>0)$ és 0 különben
E: $F(x)=\sin(x)$, ha $0<x<\pi/2$, 0, ha $x<0$ és 1, ha $x>\pi/2$

(34) Legyen az (X, Y) változó-pár sűrűségfv.-e $f_{X,Y}(x, y)=2$, ha $-1<x<y<0$.
   (a) $E(Y)=?$
   (b) $R(X, Y)=?$
   (c) Adjuk meg az Y-nak az X-re vonatkozó regressziós egyenese meredekségét.

A: 1/3 **B**: -1/3 **C**: 1/2 **D**: 0 **E**: 2/3 **F**: -2/3
G: 2 **H**: 1/5 **I**: 1 **J**: -1/4 **K**: 1/4 **L**: Más

(35) Válasszunk egy pontot találomra az $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2=1\}$ halmazból! A pont koordinátáit jelöljük X-szel és Y-nal. Mely állítás(ok) **igaz(ak)** a következőkből?

A: X független Y-tól **B**: X egyenletes eloszlású **C**: X és Y azonos eloszlású
D: $EX > 0$ **E**: egyik sem igaz **F**: X és Y korrelálatlan

(36) Legyen X exponenciális eloszlású, $\lambda = 1/2$ paraméterrel.

(a) Ha tudjuk, hogy $X > 2$, akkor ezen feltétellel mi a valószínűsége, hogy $X < 4$?
(b) Mennyi lesz $2X - 3$ sűrűségfüggvényének értéke az 1 pontban?

A: $1-e^{-1}$ **B**: e^{-1} **C**: $e^{-1}-e^{-2}$ **D**: e^{-2} **E**: $2e^{-1}$
F: e **G**: $2e^2$ **H**: $e^{-1/2}$ **I**: $e^{-1/4}$ **J**: Más

(37) Legyenek az $X_1, X_2, ...X_n$ független, azonos, eloszlású valószínűségi változó-sorozat tagjai, sűrűségfüggvényük $f(x) = 4x(1-x^2)$ ha $0 < x < 1$ és 0 különben). Mihez tart $(X_1 + ... + X_n)/n$?

A: sehova **B**: 0-hoz **C**: 1/2- hez **D**: 8/15-höz
E: 1-hez **F**: standard normális eloszláshoz **G**: 2-höz **H**: Más

(38) Az X valószínűségi változó a $[0,2]$ intervallumból veszi fel az értékeit. Sűrűségfüggvénye ott $ct(t-1)$ alakú. Mennyi c?

A: Ez nem lehet sűrűségfüggvény **B**: 2/3 **C**: 3/2 **D**: 4 **E**: 6 **F**: 1/5 **G**: Más

(39) Legyen X exponenciális eloszlású, $\lambda = 1/2$ paraméterrel.

(a) Ha tudjuk, hogy $X > 2$, akkor ezen feltétellel mi a valószínűsége, hogy $X < 4$?
(b) Mennyi lesz $X/2 - 3$ sűrűségfüggvényének értéke az 1 pontban?

A: $1-e^{-1}$ **B**: e^{-4} **C**: $e^{-2}-e^{-1}$ **D**: e^{-2} **E**: $2e^{-1}$ **F**: e **G**: $2e^2$ **H**: Más

(40) Mely állítás(ok) **hamis(ak)**?

A: A gyenge konvergencia ekvivalens az eloszlásfüggvények pontonkénti konvergenciájával.

B: Az L_2-beli konvergenciából következik a sztochasztikus.

C: Van olyan független, azonos eloszlású val. vált.-sorozat, melynek összegét nem lehet úgy normálni, hogy normális határeloszlást kapjunk.

D: Ha egy adott véges sokaságból visszatevés nélüli mintát veszünk, akkor a selejtesek számának szórásnégyzete nem nagyobb, mintha visszatevéses mintát vettünk volna.

(41) X és Y független standard normális eloszlású valószínűségi változók. Mely állítás(ok) hamis(ak) a következők közül?

A: $(1/\sqrt{2})(X-Y)$ standard normális eloszlású **B**: $aX - bY$ szórása $a - b$
C: $aX + bY + c$ várható értéke c **D**: $X + Y$ és $X - Y$ korrelálatlanok

E: X lineáris függvényei közül az $X/2$ közelíti legkisebb négyzetes hibával Y-t

F: $X + Y$ stabilis eloszlású

(42) (a) Mely függvény(ek) **nem** kétdimenziós sűrűségfüggvény(ek)
(b) és mely(ek) független komponensű vektorváltozók sűrűségfüggvényei?

A: $6x^2y$,ha $0 < x < 1, 0 < y < 1$ és 0 különben **B**: $1/\pi$, ha $x^2 + y^2 < 1$ és 0 különben
C: $\frac{1}{2\pi}\exp\{-(x^2+y^2)/2\}$ **D**: mindegyik sűrűségfüggvény
E: egyik sem **F**: $\ln(xy)$ (ha $x > 0$ és $y > 0$ és 0 különben).

(43) Legyenek $X \sim N(1;4)$ és $Y \sim N(2;3)$ függetlenek ($N(m,\sigma)$ az m várható értékű és σ szórású normális eloszlást jelöli). Ekkor $P(X < 4+Y) =$? (Φ a standard normális eloszlás eloszlásfüggvénye)

A: $\Phi(1)$ **B**: $\Phi(5)$ **C**: $\Phi(3)$ **D**: $\Phi(5/7)$ **E**: $\Phi(4)$ **F**: Más

(44) Legyen X egyenletes eloszlású a $\{0,1,2\}$ számokon, Y pedig egyenletes eloszlású a $\{0,1\}$ számokon.

(a) Ha X és Y függetlenek, akkor mennyi lesz a $P(X+Y=3)$ valószínűség?
(b) Mennyi a $P(X+Y=3)$ valószínűség maximuma?
(c) Mennyi a $P(X+Y=3)$ valószínűség minimuma?

A: 0 **B**: 1/12 **C**: 1/9 **D**: 1/6 **E**: 1/4 **F**: 1/3 **G**: 1/2 **H**: Más

(45) (a) Az alábbiak közül melyik (X,Y) párnak a legkisebb a korrelációja?
(b) Az alábbiak közül melyik (X,Y) párnak a legnagyobb a korrelációja?

A: nem lehet eldönteni
B: X és Y független **C**: $X = 0$ 1 valószínűséggel, Y standard normális eloszlású
D: X egyenletes eloszlású a [0,1] intervallumon $Y = 2X + 3$
E: X és Z független, standard normális eloszlású, $Y = X + Z$
F: X és Z független, standard normális eloszlású, $Y = X - Z$
G: X és Z független, standard normális eloszlású, $Y = Z - X$

(46) Legyen X egyenletes eloszlású a $[0,1]$ intervallumon. Adjuk meg X^2

(a) eloszlás- és
(b) sűrűségfüggvényének értékét a 4/9 helyen.

A: 2/3 **B**: 16/81 **C**: 1 **D**: 3/4 **E**: 1/2 **F**: 4/9 **G**: Más

(47) Valaki pályázik egy ösztöndíjra, ehhez ajánlást kér egy ismerősétől. Úgy kalkulál, hogy jó ajánlással 80%, közepes ajánlással 40%, gyenge ajánlással 10% esélye van. Arra számít, hogy 70% valószínűséggel kap jó, 20% valószínűséggel közepes és 10% valószínűséggel gyenge ajánlást.

(a) Mi a valószínűsége, hogy megkapja az állást?
(b) Ha megkapta az állást, mi a valószínűsége, hogy jó volt az ajánlása?

A: 65/100 **B**: 56/65 **C**: 14/35 **D**: 35/100 **E**: 8/65 **F**: Más

(48) A szimmetrikus bolyongásnál

(a) mi a valószínűsége, hogy az első 6 lépés során nem térünk vissza az origoba?
(b) mi a valószínűsége, hogy az első 6 lépés során a 2. lépésben térünk vissza utoljára az origoba?
(c) mi a $P_{1,4}^{(3)}$ háromlépéses átmenetvalószínűség?

A: 5/16 **B**: 3/16 **C**: 1/8 **D**: 15/64 **E**: 2/16 **F**: 7/32
G: 5/32 **H**: 3/32 **I**: 1/4 **J**: 0 **K**: Más

(49) Legyenek X és Y független valószínűségi változók véges szórással. Az alábbiak közül melyikkel egyezik meg $D^2(2X - Y)$?

A: $4D^2(X) + D^2(Y)$ **B**: $2D^2(X) - D^2(Y)$
C: $4D^2(X) - D^2(Y)$ **D**: $2D^2(X) + D^2(Y)$ **E**: egyikkel sem

(50) Legyen $P(X=1) = P(X=-1) = 1/2$. Mennyi az X karakterisztikus függvényének az értéke a π helyen?

A: 1 **B**: 0 **C**: -1 **D**: 1/2 **E**: $\sqrt{2}/2$ **F**: Más

(51) Mihez tart $P(X_1 + X_2 + \cdots + X_n > 9n/2)$, ha $X_1, X_2, \ldots$ független, a [4,6] intervallumon egyenletes eloszlású valószínűségi változók és n tart végtelenhez?

A: 1/2-hez **B**: 1-hez **C**: végtelenhez **D**: $\Phi(4)$-hez **E**: 0-hoz **F**: nem konvergál

(52) Tegyük fel, hogy $X_n \to X$ 1 valószínűséggel. Mely feltételekből következik $E(X_n) \to E(X)$?

A: ez mindig igaz **B**: ez soha nem teljesül **C**: ha $X_n \geq 0$
D: ha $|X_n| \leq Z$ és Z integrálja véges **E**: ha $0 \leq X_n \leq X_{n+1}$
F: ha $\exists c > 0$, hogy $X_n < c$ minden n-re. **G**: ha $\{X_n : n \geq 1\}$ egyenletesen integrálható

(53) Legyenek $A_1, A_2, \ldots$ független események és valószínűségeik összege véges. Mennyi $P\left(\bigcap_{n=1}^{\infty}\bigcup_{k=n}^{\infty} A_k\right)$?
A: 1 **B**: 0 **C**: 1/2 **D**: $\sqrt{2}/2$ **E**: nincs elég adat

(54) X_n jelöli egy szabályos érménél a fejek számát n-dobásból. Mivel egyenlő a $P(X_n-(n/2) < c\sqrt{n})$ valószínűség limesze, ha $n \to \infty$? ($c \neq 0$ valós szám, sign() az előjel függvényt jelöli.)
A: $\Phi(2c)$ **B**: $\Phi(c/2)$ **C**: 0 **D**: 1 **E**: $(\mathrm{sign}(c)+1)/2$ **F**: $\Phi(c)$ **G**: Más

(55) Az X abszolút folytonos valószínűségi változó a $[0,1]$ intervallumból veszi fel az értékeit. Sűrűségfüggvénye $f(t) = ct(1-t)$, ahol c valós paraméter. Mennyi c értéke?
A: 6 **B**: 4 **C**: 1/5 **D**: 1 **E**: ez nem lehet sűrűségfüggvény **F**: Más

(56) Legyen X egyenletes eloszlású a [0,2] intervallumon. Mi lesz $\sqrt{X}$ eloszlásfüggvényének értéke az 1/4 pontban?
A: 1/32 **B**: 1/16 **C**: 1/8 **D**: 1/4 **E**: 1/2 **F**: 1 **G**: 0 **H**: Más

(57) Legyen az (X,Y) változó-pár sűrűségfv.-e $f_{X,Y}(x,y) = 6(1-x)$, ha $0 < y < x < 1$.
(a) $E(Y) =$?
(b) $R(X,Y) =$?
A: 1/4 **B**: $1/\sqrt{3}$ **C**: 1/2 **D**: 0 **E**: 2/3 **F**: $1/\sqrt{5}$ **G**: 1/5 **H**: 1 **I**: Más

(58) Legalább hány szabályos pénzdarabot kell feldobni ahhoz, hogy 90%-nál nagyobb legyen az esély arra, hogy van köztük fej?
A: 4 **B**: 3 **C**: 5 **D**: 6 **E**: Más

(59) Egy bináris csatornán a 0 jelet 1/3, az 1 jelet 2/3 valószínűséggel adják le. Mivel az adást zajok zavarják, ha 0-t adnak le, akkor 1/4 valószínűséggel 1 érkezik, ha pedig 1-et adnak le, 1/2 valószínűséggel 0 érkezik.
(a) Kaptunk egy 0-t. Mi a valószínűsége, hogy ezt 0-ként is adták le?
(b) Mi a valószínűsége, hogy 1-et kapunk?
A: 3/7 **B**: 7/12 **C**: 5/12 **D**: 1/2 **E**: 0 **F**: 2/3 **G**: 1/5 **H**: 1 **I**: Más

(60) Addig rulettezünk az amerikai ruletten, ahol az 1-36 számok mellett két db 0-s is van, mindig az 1-esre fogadva, míg először nyerünk. Hanyadik játéknál lesz ez a legvalószínűbb?
A: 1 **B**: 36 **C**: 38 **D**: 12 **E**: 19 **F**: 18 **G**: Más

(61) Tegyük fel, hogy egy adott útszakaszon a balesetek száma homogén, utóhatás nélküli folyamatnak tekinthető, évente 2.5 várható értékkel. Mi egy adott évben a balesetek legvalószínűbb száma?
A: 2 **B**: 3 **C**: 4 **D**: 1 **E**: 0 **F**: 18 **G**: nem egyértelmű **H**: Más

(62) Az alábbi függvények melyike eloszlásfüggvény? (Ahol a függvény nincs megadva, ott automatikusan 0.)
A: $F(x) = 1 - e^{-x+1}/2$, ha $1 \leq x$ **B**: $F(x) = 2 - 2/(x+1)$, ha $x \geq 0$
C: $F(x) = 1 - 1/(x^2 - x + 1)$, ha $x \geq 0$ **D**: $F(x) = 1 - e^{-x}$, ha $x > 0$
E: $F(x) = x(4-x)/4$ ha $0 < x \leq 2$ és 1, ha $x > 2$ **F**: egyik sem

(63) Az alábbi függvények melyike sűrűségfüggvény? (Ahol a függvény nincs megadva, ott automatikusan 0.)
A: $f(x) = 2/x$, ha $x > 1$ **B**: $f(x) = \sin(x)/2$, ha $0 < x < 2$
C: $f(x) = \sin(x/2)$, ha $0 < x < \pi$ **D**: $f(x) = 2e^{-2x}$, ha $x > 0$ **E**: egyik sem

(64) Legyen X egy kockadobásnál az egyes indikátora, Y pedig ugyanennél a kockadobásnál a hatos indikátora. Mennyi a korrelációjuk?
A: -1/5 **B**: 0 **C**: $1/\sqrt{5}$ **D**: 1/5 **E**: $-1/\sqrt{5}$ **F**: Más

(65) Az alábbi függvények melyike **nem** sűrűségfüggvény? (Ahol a függvény nincs megadva, ott automatikusan 0.)
A: $f(x) = 1/x^2$, ha $x > 1$ **B**: $f(x) = -6x(x+1)$, ha $-1 < x < 0$
C: $f(x) = \sin(x)$, ha $0 < x < \pi/2$
D: $f(x) = 1 - e^{-x}$, ha $x > 0$ **E**: mindegyik sűrűségfüggvény

(66) Legyen X 1/2 paraméterű geometriai eloszlású valószínűségi változó (ennek a várható értéke 2). Adjuk meg X eloszlásfüggvényének az értékét a 2 helyen.
A: 1/2 **B**: 1/4 **C**: 3/4 **D**: 7/8 **E**: 1/8 **F**: Más

(67) Legyen X egy kockadobásnál a páros dobás indikátora, Y pedig ugyanennél a kockadobásnál a páratlan dobás indikátora. Mennyi a korrelációjuk?
A: -1 **B**: -1/5 **C**: 0 **D**: $1/\sqrt{5}$ **E**: 1/5 **F**: $-1/\sqrt{5}$ **G**: 1 **H**: Más

(68) Hová tart az egyenletes rekurzív fa első szintjén az elsőfokú pontok száma?
A: 1 paraméterű Poisson eloszláshoz **B**: 1 várható értékű normális eloszláshoz
C: 1 szabadságfokú χ^2 eloszláshoz **D**: 1 paraméterű exponenciális eloszláshoz **E**: Más

(69) Tegyük fel, hogy az X valószínűségi változó eloszlásfüggvénye $c(2 - 1/x^2)$ ha $x > 1$ és 0 különben. c=?
A: 1 **B**: 2 **C**: 0 **D**: 1/2 **E**: ez nem lehet eloszlásfüggvény **F**: Más

(70) A szimmetrikus bolyongásnál
(a) mi a valószínűsége, hogy a 4. lépés után az origóban vagyunk?
(b) mi a valószínűsége, hogy az első 4 lépés során nem térünk vissza az origóba?
(c) mi a $P_{0,1}^{(3)}$ háromlépéses átmenetvalószínűség?
A: 5/16 **B**: 3/16 **C**: 1/8 **D**: 15/64 **E**: 2/16 **F**: 7/32
G: 5/32 **H**: 3/32 **I**: 1/4 **J**: 0 **K**: Más

(71) A szimmetrikus bolyongásnál
(a) mi a valószínűsége, hogy a 4. lépés után az origóban vagyunk?
(b) mi a $P_{0,1}^{(3)}$ háromlépéses átmenetvalószínűség?
A: 3/8 **B**: 3/16 **C**: 1/8 **D**: 15/64 **E**: 2/16 **F**: 7/32
G: 5/32 **H**: 3/32 **I**: 1/4 **J**: 0 **K**: Más

(72) Tegyük fel, hogy az X valószínűségi változó binomiális eloszlású (5,1/5) paraméterekkel. Mennyi az X várható értéke?
A: 1 **B**: 5 **C**: 4/5 **D**: $2/\sqrt{5}$ **E**: Más

(73) (a) Mely függvény(ek) **nem** kétdimenziós sűrűségfüggvény(ek)
(b) és mely(ek) független komponensű vektorváltozók sűrűségfüggvényei?
A: $6x^2y$,ha $0 < x < 1, 0 < y < 1$ és 0 különben **B**: 1, ha $|x| + |y| < 1$ és 0 különben
C: $\frac{1}{2\pi}\exp\left\{-(x^2+y^2)/2\right\}$ **D**: mindegyik sűrűségfüggvény
E: egyik sem **F**: $1/\pi$, ha $x^2 + y^2 < 1$ és 0 különben

(74) Tegyük fel, hogy az X valószínűségi változó eloszlásfüggvénye $c + 0.5(1 - \exp(-x))$ ha $x > 0$ és 0 különben. c=?
A: 1 **B**: 2 **C**: 0 **D**: 1/2 **E**: ez nem lehet eloszlásfüggvény **F**: Más

Név: